

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Esta sequência didática constitui o produto educacional da dissertação desenvolvida como requisito para a obtenção do título de Mestre em Matemática. Sua aplicação ocorreu em uma turma do 3º ano do Ensino Médio Técnico em Logística. Contudo, a proposta pode ser adaptada e aplicada em turmas do Ensino Médio ou dos anos finais do Ensino Fundamental, desde que sejam realizadas as adequações necessárias às especificidades de cada contexto educacional.

Segundo Zabala (1998), “sequência didática é um conjunto ordenado e articulado de atividades, planejadas com uma intenção educativa, que avançam de forma progressiva para favorecer a aprendizagem de determinados conteúdos.” Zabala (1998) ainda complementa que toda unidade de intervenção deveria partir de uma situação próxima à realidade do aluno, que seja interessante para ele e lhe proponha questões às quais precisa dar resposta”.

Público-alvo: Estudantes do ensino médio
Objetivo geral: Apresentar a Teoria dos Grafos através de uma visão introdutória dos seus principais aspectos teóricos por meio de situações-problemas envolvendo a área da Logística.
Conteúdos: • Elementos do grafo (vértices e arestas); • Grau do vértice; • Relação entre quantidade de arestas e grau dos vértices; • Grafo conexo e grafo desconexo; • Origem da Teoria dos Grafos (Pontes de Königsberg); • Grafo Euleriano e Semi-euleriano; • Teorema das Quatro Cores (Coloração de mapas); • Algoritmo de Dijkstra

Atividade 1: Conectando depósitos

Duração: 2 h/aula

Recursos necessários: Caderno, caneta/lápis, cordão/barbante, pincel e quadro branco.

Conteúdos:

- Modelagem de problema por meio de grafo;
- estrutura do grafo;
- elementos do grafo;
- vértices adjacentes;
- grau do vértice;
- grafo não-direcionado;
- grafo conexo e grafo desconexo.

Objetivos da atividade:

- Compreender como a Teoria dos Grafos pode ser utilizada para representar e analisar rotas.
- Modelar uma situação-problema por meio de Grafos;
- Identificar os elementos de um Grafo;
- Desenvolver o pensamento lógico ao determinar se é possível realizar determinada entrega na situação problema;

Situação-problema: Em uma grande empresa, os caminhões podem realizar entregas entre os depósitos para garantir o suprimento de materiais nas localidades onde estão situados. Essas entregas podem ocorrer por meio de rotas diretas ou por cadeias de rotas interligadas. As conexões conhecidas na rede de transporte são as seguintes:

- Depósito A $\leftrightarrow$ Depósito B
- Depósito C $\leftrightarrow$ Depósito D
- Depósito A $\leftrightarrow$ Depósito C
- Depósito C $\leftrightarrow$ Depósito B
- Depósito B $\leftrightarrow$ Depósito D
- Depósito E $\leftrightarrow$ Depósito F
- Depósito F $\leftrightarrow$ Depósito G
- Depósito G $\leftrightarrow$ Depósito H
- Depósito H $\leftrightarrow$ Depósito I
- Depósito I $\leftrightarrow$ Depósito E

Note que um caminhão que parte do depósito A, pode seguir diretamente para o depósito B ou C e vice-versa.

Com base nessa malha logística, responda:

- É possível que um caminhão partindo do Depósito A chegue ao Depósito D?
Em caso afirmativo, descreva essa rota.*
- Um caminhão que está no Depósito H consegue enviar uma carga ao Depósito F? Justifique.*
- O Depósito A consegue entregar uma carga ao Depósito I? Justifique.*
- O Depósito C possui rota direta para o Depósito B?*

Contextualização:

Esta atividade busca mostrar aos alunos que situações como a organização de entregas entre depósitos podem ser analisadas com o apoio da matemática. Ao tentar identificar quais rotas são possíveis, eles perceberão a necessidade de representar melhor essas conexões. Nesse contexto, os grafos surgem como uma ferramenta que organiza as informações e facilita a visualização das ligações entre os depósitos, tornando a análise mais clara e objetiva.

Desenvolvimento:

Neste momento, é importante que o professor exerça o papel de mediador no processo de aprendizagem. Dessa forma, o problema deve ser apresentado salientando que uma das incumbências, entre outras, do profissional de Logística é organizar frotas de transporte com a finalidade de tornar o processo de entrega mais eficiente.

Em seguida, o professor deverá apresentar o problema à turma, entregar a atividade a cada estudante e conceder um tempo para que os alunos tentem solucionar os problemas propostos. Após esse período, o professor deverá fazer a socialização com os estudantes sobre as respostas encontradas.

Neste momento, o professor apresentará a solução de forma dinâmica. A turma será organizada em grupos de nove estudantes, e cada integrante representará um depósito. As conexões entre esses pontos serão simbolizadas por cordões. Assim, o aluno que representar o depósito A deverá se ligar, com o cordão, ao colega que representar o depósito B. Da mesma maneira, o estudante que assumir o papel do depósito C fará a conexão com quem estiver representando o depósito D, e assim por diante, conforme o modelo definido.

Por fim, o professor deverá propor que um estudante faça a representação das ligações por meio de pontos (vértices) e linhas (arestas) na lousa, ou seja, por meio de uma estrutura de um grafo. Diante disso, será possível dar resposta ao problema proposto de forma eficiente. Com essa atividade, o professor poderá dialogar com os alunos sobre a estrutura do grafo, os elementos, grau dos vértices, abordar a ideia de grafo conexo e grafo desconexo.

Avaliação:

A avaliação se dará por meio da observação do interesse do estudante, participação e resolução da situação-problema. Além disso, deve ser observada a capacidade do estudante de estabelecer a relação do conteúdo trabalhado com sua aplicabilidade.

Atividade 2: Planejando rotas

Duração: 2 h/aula
Recursos necessários: Caneta/lápis e atividade impressa.
Conteúdos: • Grafo Euleriano; • Grafo Semi-euleriano; • Grau do vértice.
Objetivos da atividade: • Analisar a estrutura do Grafo; • Identificar as condições matemáticas necessárias para classificar um Grafo Euleriano e Semi-euleriano; • Estimular o raciocínio-lógico matemático; • Relacionar conceitos de Grafos com problemas reais de roteirização.

Situação-problema: *Uma empresa responsável pela coleta de lixo está analisando três pequenos bairros (X, Y e Z) de uma cidade para otimizar o trajeto do caminhão de coleta.*

*A equipe técnica representou cada bairro por meio de uma estrutura de **grafo**, na qual cada vértice representa uma esquina e cada aresta representa uma rua por onde o caminhão pode passar.*

O problema consiste em verificar se é possível, em cada bairro, planejar uma rota para o caminhão de coleta que:

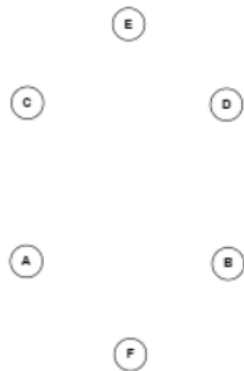
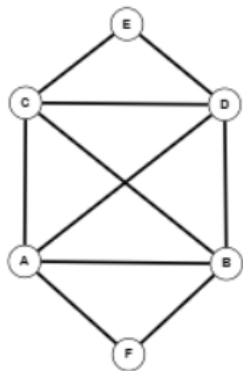
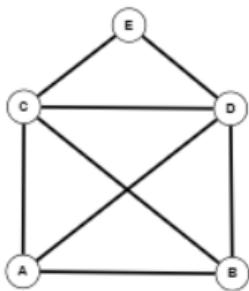
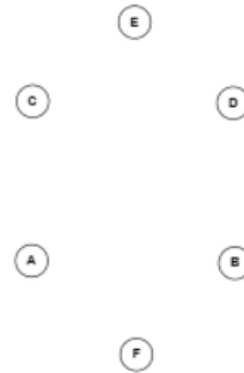
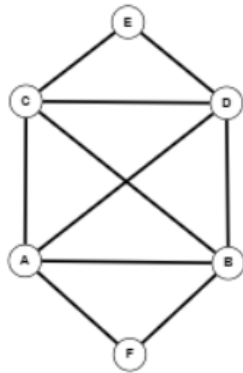
I - Comece e termine no mesmo ponto (por exemplo, na garagem da empresa),

II - Percorra todas as ruas do bairro,

III - Passe por cada rua exatamente uma vez, sem repetições.

a. Em qual(is) bairro(s) é possível traçar a rota desejada?

b. No bairro Y, o que ocorre ao iniciar o trajeto pela esquina A? E ao iniciá-lo pela esquina B?



Contextualização:

Nesta atividade, os alunos analisam o planejamento da rota de um caminhão de coleta de lixo, investigando se é possível percorrer todas as ruas de um bairro sem repeti-las e retornando ao ponto inicial. Ao explorar essa situação, perceberão que a solução depende da estrutura do grafo, o que dá sentido ao estudo do grau dos vértices e do circuito euleriano como ferramentas para fundamentar a resposta.

Desenvolvimento:

Nesta atividade, os alunos já estarão familiarizados com a estrutura de grafo. Assim, o professor poderá comentar sobre diferentes situações que podem ser representadas por meio desse recurso, como mapas de cidades, conexões em redes sociais e estruturas moleculares. Nesse contexto, o professor deverá conduzir a discussão de modo que os alunos percebam que a otimização do trajeto realizado para a coleta de lixo também constitui uma questão própria da área de Logística e que pode ser representada por meio de um grafo.

Nesse momento, o professor deverá distribuir a atividade aos estudantes, apresentando a situação-problema e propondo que busquem traçar, no grafo representado por seus vértices, o percurso solicitado. Espera-se que os alunos consigam percorrer todas as arestas partindo de um vértice e retornando ao vértice inicial no grafo que representa o bairro X, uma vez que se trata de um grafo euleriano.

Recomenda-se que o professor instigue os estudantes a realizar o mesmo procedimento no grafo Y, iniciando pelo vértice A e, posteriormente, pelo vértice B, e, em seguida, pelos vértices C, D e E. Espera-se que, ao partir do vértice A, o trajeto termine no vértice B, e vice-versa, evidenciando tratar-se de um grafo semi-euleriano.

Por fim, no grafo Z, que não é euleriano nem semi-euleriano, os alunos não conseguirão percorrer todas as arestas sem repeti-las, o que impossibilita a realização do percurso nas condições propostas.

Avaliação:

A avaliação se dará por meio da observação do interesse do estudante, participação e resolução da situação-problema. Além disso, deve ser observada

a capacidade do estudante de estabelecer a relação do conteúdo trabalhado com sua aplicabilidade.

Atividade 3: Colorindo regiões

Duração: 2 h/aula

Recursos necessários: Caneta/lápis e atividade impressa.

Conteúdos:

- Construção de grafos
- Coloração de grafos.
- Teorema das quatro cores

Objetivos da atividade:

- Representar mapas por meio de grafos;
- Introduzir o Teorema das 4 cores;
- Desenvolver o raciocínio lógico e habilidades de resolução de problemas;
- Aplicar o Teorema das 4 cores para resolver problemas.

Situação-problema: Imagine que você foi contratado para ajudar na organização das lojas de uma rede de concessionárias que irá abrir uma loja em cada cidade do Sertão do São Francisco (Cabrobó, Orocó, Santa Maria da Boa Vista, Lagoa Grande, Petrolina, Dormentes e Afrânio).

Cada loja poderá vender apenas um tipo principal de veículo, como: carros de passeio, motos, caminhonetes, SUVs ou veículos elétricos. No entanto, existe uma regra importante: cidades vizinhas não podem vender o mesmo tipo de veículo. Por exemplo, se Petrolina vender motos, as cidades vizinhas a ela não poderão vender motos.

Figura: Mapa do Sertão do São Francisco



Fonte: Adaptado de Sampaio Neto et al. (2022)

O objetivo é organizar essa distribuição da melhor maneira possível.

- a) Você consegue organizar as lojas sem repetir categoria em cidades vizinhas, utilizando os cinco tipos de veículos? Mostre como.*
- b) E com quatro categorias? Mostre como.*
- c) E com três categorias? Mostre como.*
- d) E com duas categorias, é possível?*

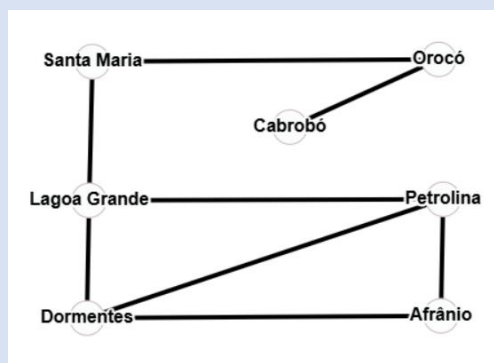
Contextualização:

Nesta atividade é possível mostrar que, além de outras situações, a organização de lojas em diferentes cidades também é uma tarefa ligada à Logística. A situação proposta permite que os estudantes percebam que decisões estratégicas, como definir quais produtos serão vendidos em cada local, precisam considerar regras e limitações do território. Ao analisar as cidades vizinhas e respeitar a restrição apresentada, os alunos exercitam o planejamento, o raciocínio lógico e a tomada de decisão, aproximando o conteúdo matemático da realidade profissional.

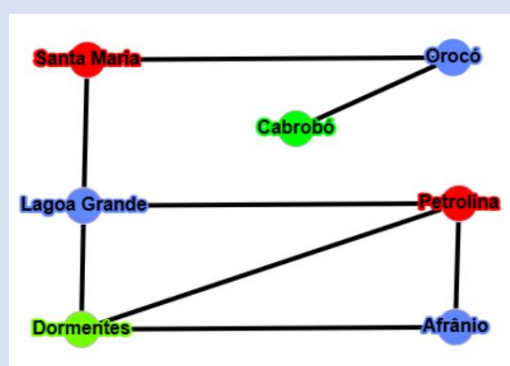
Desenvolvimento:

O professor deverá conceder aos alunos um tempo para que eles tentem resolver o problema de forma autônoma, sem ajudá-los. Em seguida, considerando que os estudantes já estarão mais familiarizados com a estrutura de grafos, o docente deve retomar a explicação de que um mapa também pode ser representado por meio de um grafo, no qual cada cidade corresponde a um

vértice e as cidades vizinhas são ligadas por uma aresta. Com isso, os alunos serão conduzidos a tentar desenhar o grafo com auxílio do professor. Veja uma possível representação do grafo:



Com o grafo já construído, o professor conduzirá a sistematização da solução com base no Teorema da Coloração dos Grafos. No item “a”, por exemplo, espera-se que os estudantes não encontrem maiores dificuldades, uma vez que dispõem de cinco cores para realizar a coloração dos vértices, assegurando que vértices adjacentes não compartilhem a mesma cor. Nesse processo, caberá ao professor exercer o papel de mediador, intervindo e orientando os alunos sempre que necessário. Para fins de exemplificação do item “c”, considera-se que a categoria “moto” seja representada pela cor vermelha, “SUV” pela cor azul e “caminhonete” pela cor verde. Uma possível solução é a seguinte:



Observa-se que, ao escolher a categoria “moto” para a cidade de Petrolina, torna-se necessário selecionar categorias distintas — ou seja, cores diferentes — para as cidades de Afrânio, Dormentes e Lagoa Grande. Na solução proposta, atribuiu-se a categoria “caminhonete” (cor verde) para

Dormentes e a categoria “SUV” (cor azul) para Afrânio e Lagoa Grande, visto que estas não são cidades vizinhas entre si. Em seguida, definiu-se a categoria “moto” para Santa Maria da Boa Vista, “SUV” para Orocó e “caminhonete” para Cabrobó. Dessa forma, o mapa pode ser adequadamente colorido utilizando, no mínimo, três cores.

Por fim, o professor pode fazer uma breve explanação sobre o Teorema das Quatro Cores conforme descrito na fundamentação teórica desta pesquisa.

Avaliação:

A avaliação se dará por meio da observação do interesse do estudante, participação e resolução da situação-problema. Além disso, deve ser observada a capacidade do estudante de estabelecer a relação do conteúdo trabalhado com sua aplicabilidade.

Atividade 4: Qual o menor caminho até a Escola?

Duração: 2 h/aula

Recursos necessários: Caneta/lápis e atividade impressa.

Conteúdos:

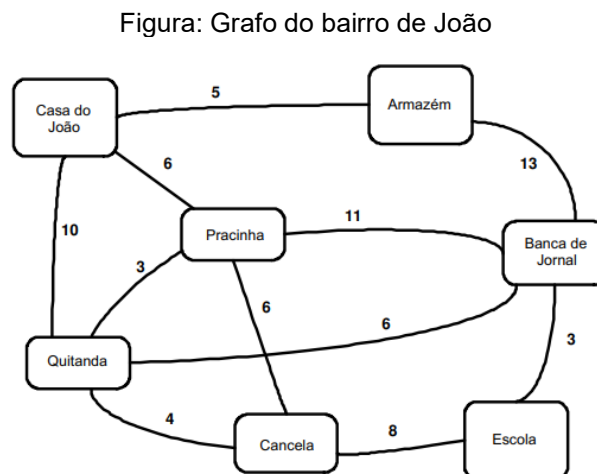
- Grafo valorado;
- Noções básicas do Algoritmo de Dijkstra

Objetivos da atividade:

- Compreender a finalidade do Algoritmo de Dijkstra.
- Executar passo a passo o Algoritmo de Dijkstra em um grafo com pesos positivos.
- Determinar o menor caminho entre dois vértices.
- Relacionar o conteúdo com aplicações reais (logística, transporte, rotas, redes).

Situação-problema: João deseja se deslocar de sua casa até a escola. Para isso, ele pode escolher entre diferentes caminhos possíveis, passando por alguns pontos do bairro.

A representação desses caminhos, bem como as distâncias entre os locais, está indicada no grafo abaixo.



Fonte: Jurkiewicz, 2007

Com base nessa representação, responda:

a) Considerando que João deseja percorrer a **menor distância possível** até a escola, qual trajeto ele deve escolher? Qual será a distância total percorrida?

b) Tomando como ponto de partida a casa de João, determine:

- a menor distância até o **Armazém** e o respectivo trajeto;
- a menor distância até a **Pracinha** e o respectivo trajeto;
- a menor distância até a **Quitanda** e o respectivo trajeto;
- a menor distância até a **Cancela** e o respectivo trajeto;
- a menor distância até a **Banca de Jornal** e o respectivo trajeto;
- a menor distância até a **Escola** e o respectivo trajeto.

Justifique suas respostas indicando os caminhos percorridos e os cálculos realizados.

Contextualização:

Esta atividade foi pensada para que os estudantes, inicialmente, tentem encontrar o menor caminho entre dois pontos representados no grafo a partir de comparações e tentativas. A intenção é que experimentem o desafio de analisar diferentes trajetos e perceber que nem sempre é simples garantir qual deles é realmente o menor. Ao longo dessa exploração, espera-se que surja a necessidade de um procedimento mais organizado para tomar essa decisão. É nesse momento que a matemática ganha destaque, não apenas como cálculo, mas como estrutura de pensamento capaz de organizar estratégias e tornar o processo mais eficiente.

Dessa forma, a apresentação do Algoritmo de Dijkstra aparece como consequência natural da reflexão realizada pelos próprios alunos, evidenciando a lógica matemática que está por trás de muitos sistemas de otimização utilizados também na área da Logística.

Desenvolvimento:

Para iniciar esta última atividade, embora os alunos já conheçam a estrutura de um grafo simples, é importante apresentar um grafo valorado, destacando que os valores associados às arestas podem representar distâncias, custos ou até dificuldades de deslocamento entre dois pontos. Nesse momento, também é pertinente introduzir o conceito de otimização, relacionando-o à busca por soluções mais eficientes.

O professor dividirá a turma em grupos, 4 ou 5 integrantes, e apresentará a situação problema por meio de uma conversa motivadora, ressaltando que a área de Logística envolve, entre outras atribuições, a otimização de rotas. Para isso, são utilizados softwares como o Google Maps, cuja finalidade é indicar o melhor trajeto entre dois endereços de uma cidade, por exemplo. É importante enfatizar que, por trás dessas ferramentas, existem algoritmos programados para realizar tais cálculos. Entre eles, destaca-se o Algoritmo de Dijkstra, desenvolvido por Edsger Wybe Dijkstra em 1952, com o objetivo de determinar o menor caminho entre dois vértices de um grafo valorado.

Com a atividade em mãos, os alunos serão convidados pelo professor a buscar uma solução para o problema, registrando o trajeto que João deverá percorrer e a respectiva distância total.

Após esse momento de exploração e discussão das respostas encontradas, o professor apresentará, na lousa ou computador com auxílio dos estudantes, a resolução estruturada por meio do Algoritmo de Dijkstra, evidenciando a lógica matemática que organiza o processo de determinação do menor caminho.

Avaliação:

A avaliação se dará por meio da observação do interesse do estudante, participação e resolução da situação-problema. Além disso, deve ser observada a capacidade do estudante de estabelecer a relação do conteúdo trabalhado com sua aplicabilidade.